Tabla de valores de verdad

Las **tablas de valores de verdad** son una herramienta desarrollada por Charles Peirce en los años 1880, siendo sin embargo más popular el formato que Ludwig Wittgenstein desarrolló en su *Tractatus logico-philosophico*, publicado en 1918 por Bertrand Russell. Se emplean en lógica para determinar el valor de verdad de una expresión. O si un [[esquema de inferencia], como argumento, es formalmente válido mostrando que, efectivamente, es una tautología.

Sus unidades mínimas se denominan **proposiciones atómicas**, y en un sistema lógico bivalente tiene dos posibles valores de verdad: verdadero y falso.

Tabla de contenidos

Definiciones

Considerando dos proposiciones A y B y considerando su relación "$" como variable de cualquier relación sintáctica posible que defina una función de verdad, podrían suceder los casos siguientes:

NOTA: Las proposiciones A, B, C,.... mayúsculas simbolizan cualquier proposición, atómica o molecular, por lo que propiamente son expresiones metalingüísticas respecto al lenguaje objeto de la lógica proposicional, generalmente simbolizadas con minúsculas p, q, r, s......

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
A	**B**	**A$B**	**A&$**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	**A$B**	
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F	F	
V	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	
F	V	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F	
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	

La tabla nos muestra los cuatro casos de combinación posibles según el valor de verdad de A y de B. Tenemos por tanto 4 líneas, y 16 columnas que representan **todos** los posibles valores que pueden darse según se defina una función de verdad cualquiera.

De esta forma podemos conocer mecánicamente, es decir mediante algoritmo, el valor de verdad de cualquier conexión lógica, siempre y cuando previamente la hayamos definido como función de verdad.

Se hace necesario definir las relaciones establecidas por las conexiones en valores de verdad.

En el cálculo de deducción natural suelen definirse las siguientes funciones de verdad.

Las operaciones empleadas son:

¬ (también NOT, ¯) = Negación. «no»

/\ (también &, AND) = Definida en la columna 8, como «y», **conjunción**, **producto**.

\/ (también \/ OR) = Definida en la columna 2 como «o» incluyente(«... o ...»), **disyunción**, **suma**.

→ = Definida en la columna 5, como «si...entonces...», **condicional**, **implicación**.

↔ = Definida en la columna 7 como «... si y sólo si...», **bicondicional', coimplicador** o **equivalencia**.

Se pueden definir otras, como se hace en la lógica de circuitos, siempre y cuando se le encuentre un sentido lógico pertinente. Por eso hay diversos sistemas de cálculo según las funciones definidas.

Por otro lado algunas funciones pueden definirse como combinación de otras. Por ejemplo la función A → B es equivalente a la función combinada ¬(A /\¬ B), como puede comprobarse haciendo la tabla de verdad. Este tipo de equivalencias son muy útiles para el establecimiento de reglas para el cálculo deductivo, pues al ser equivalencias suponen una tautología, como ley lógica.

Desgraciadamente, como vemos en las definiciones, hay diversas formas de simbolización gráfica de las funciones, si bien eso no es obstáculo para su definición.

Funciones de verdad

- **Negación** (¬)

Consiste en cambiar el valor de verdad de una variable proposicional.

p	**¬ p**
V	F
F	V

☐ **Disyunción** (⋁)

La sentencia será verdadera cuando una o ambas variables proposicionales sean verdaderas.

p	**q**	**p ⋁ q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

☐ **Conjunción** (⋀)

Es una conectiva que puede definirse como la composición: $p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$ La sentencia será verdadera sólo cuando ambas variables proposicionales sean verdaderas.

p	**q**	**p ⋀ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

☐ **Condicional** (→)

Es una conectiva definida por: $p \rightarrow q = \neg p \vee q$ La sentencia será verdadera cuando se cumpla si es verdadero p entonces lo es q.

p	**q**	**p → q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

☐ **Bicondicional** (↔, si y sólo si)

Es una conectiva definida por: $p \leftrightarrow q = ((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p))$ La sentencia será verdadera cuando ambas variables proposicionales sean iguales.

p	**q**	**p ↔ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

☐ **Disyunción exclusiva** (w)

Es una conectiva definida por: $p \text{ w } q = \neg(p \leftrightarrow q)$ La sentencia será verdadera sólo cuando una de las dos variables proposicionales sea verdadera.

p	**q**	**p w q**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tablas de verdad y análisis de las proposiciones

Las tablas nos manifiestan los valores de verdad de cualquier proposición, así como el análisis de los mismos, encontrándonos con los siguientes casos:

Verdad de hecho

Se entiende por verdad contingente, o verdad de hecho, aquella proposición que puede ser verdadera o falsa, según los valores de las proposiciones que la integran.

Sea el caso: $A \land (B \lor C)$. Su tabla de verdad se construye de la siguiente manera:

Ocho filas que responden a los casos posibles que pueden darse según el valor V o F de cada una de las proposiciones A, B, C.

Una columna en la que se establecen los valores de $B \lor C$ según la definición del disyuntor.

Una columna en la que se establecen los valores de la conjunción de la columna en la que están los valores de A con valores de la columna $B \lor C$, aplicando la definición del conjuntor a los valores, que representarán los valores de la proposición completa $A \land (B \lor C)$.

A	B	C	B∨C	A∧(B∨C)
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

Donde podemos comprobar cuándo y por qué la proposición A∧(B∨C) es V y cuándo es F

Contradicción

Se entiende por proposición contradictoria , o contradicción, aquella proposición que en todos los casos posibles de su tabla de verdad su valor siempre es F. Dicho de otra forma, su valor F no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones de unas con otras. Sea el caso: [(A∧B)∧¬(A∨B)]∧C

Aplicamos la definición de conjuntor a los valores de A y B. Después aplicamos la definición de disyuntor a los valores de A y B. Aplicamos en la columna siguiente el negador a los valores de la columna anterior. Aplicamos el conjuntor a los valores de la columna (A∧B) con los de la columna (A∨B). Por último aplicamos el conjuntor a los valores de la columna de C con la columna última cuyo resultado nos da los valores de [(A∧B)∧(A∨B)]∧C

A	B	C	A/\B	A\/B	¬(A\/B)	(A/\B)/\(A\/B)	[(A/\B)/\(A\/B)]/\C
V	V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	V	F	F

Tautologías

Se entiende por proposición tautológica, otautología, aquella proposición que en todos los casos posibles de su tabla de verdad su valor siempre es V. Dicho de otra forma, su valor V no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones de unas con otras. Sea el caso: [(A→B)/\(A→B)] →(A→C)

Siguiendo la mecánica algorítmica de la tabla anterior construiremos su tabla de verdad:

A	B	C	A→B	B→C	(A→B /\(B→C)	(A→C)	[(A→B)/\(A→B)] →(A→C)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Tablas de verdad, proposiciones lógicas y argumentos deductivos

En realidad toda la lógica está contenida en las tablas de verdad, en ellas se nos manifiesta todo lo que implican las relaciones sintácticas entre las diversas proposiciones.

No obstante la sencillez del algoritmo, aparecen dos dificultades.

1. La gran cantidad de operaciones que hay que hacer para una proposición con más de 4 variables.

Esta dificultad ha sido magníficamente superada por la rapidez de los ordenadores, y no presenta dificultad alguna.

2. Que únicamente será aplicable a un esquema de inferencia cuando la proposición condicionada, como conclusión, sea previamente conocida, al menos como hipótesis, hasta comprobar que su tabla de verdad manifiesta una tautología.

Por ello se construye un cálculo mediante cadenas deductivas:

Las proposiciones que constituyen el antecedente del esquema de inferencia, se toman como premisas de un argumento.

Se establecen como reglas de cálculo algunas tautologías como tales leyes lógicas, (pues garantizan, por su carácter tautológico, el valor V).

Se permite la aplicación de dichas reglas como reglas de sustitución de fórmulas bien formadas en las relaciones que puedan establecerse entre dichas premisas.

Deduciendo mediante su aplicación, como teoremas, todas las conclusiones posibles que haya contenidas en las premisas.

Cuando en un cálculo se establecen algunas leyes como principios o axiomas, el cálculo se dice que es axiomático.

El cálculo lógico así puede utilizarse como demostración argumentativa.